

# پینوکو کیو در دهکده عجایب

مقداد قاری، شراره تقی دستجردی

فکر کنید پینوکو چگونه براساس جدول ۱، توانست تشخیص دهد هر یک از کلاه نارنجی و کلاه آبی از چه نوعی هستند؟ در شماره قبل با گزاره‌های ساده و مرکب آشنا شدیم. دیدیم گزاره‌هایی که با «و» به هم مربوط می‌شوند در دسته گزاره‌های مرکب قرار می‌گیرند. در این قسمت با نمونه‌ای دیگر از گزاره‌های مرکب آشنا می‌شویم. در واقع گزاره «**حداقل یکی از ما دروغ گو است**» یا گزاره «**من یا همکار من دروغ گو است**»، خلاصه‌شده دو گزاره ساده «**من دروغ گو هستم**» و «**همکار من دروغ گو است**» می‌باشد که با حرف ربط «یا» به هم مربوط شده‌اند و یک گزاره مرکب را تشکیل داده‌اند: **من دروغ گو هستم یا همکار من دروغ گو است.**

چنین ترکیبی را ترکیب فصلی می‌نامیم. در منطق، ترکیب فصلی دو گزاره A و B را با نماد  $A \vee B$  نشان می‌دهیم. مانند ترکیب عطفی دو گزاره، در مورد ترکیب فصلی دو گزاره هم این سؤال مهم به وجود می‌آید که ارزش دو گزاره چه ارتباطی با ارزش ترکیب فصلی آن دو گزاره دارد؟ ابتدا سعی کنید با کمک مثال‌ها، خودتان جدول ۲ را کامل کنید:

در دو قسمت قبل خواندیم که پینوکو وارد دهکده عجایب شد؛ دهکده‌ای که هر کدام از اهالی آن یا همیشه دروغ می‌گویند یا همیشه راست و نه هر دو. دیدیم پینوکو در برخورد با چند نفر از اهالی این دهکده و با راهنمایی فرشته مهربان، چگونه توانست تشخیص دهد هر کدام راست گو هستند یا دروغ گو. پینوکو به گردش در این دهکده ادامه می‌داد که دو فروشنده دوره گرد را دید؛ یکی با کلاه نارنجی و دیگری با کلاه آبی. پینوکو دلش می‌خواست از آن‌ها آبنبات بخرد، اما برای اینکه کلاه سرش نرود، فکر کرد بهتر است اول بفهمد کدام یک راست گو و کدام یک دروغ گو هستند.

● **پینوکو:** سلام آقا، بخشید، سؤالی دارم. کدام یک از شما راست گو و کدام یک دروغ گو هستید؟

● **کلاه نارنجی:** حداقل یکی از ما دروغ گو است. یعنی یا من دروغ گو هستم یا همکار من (یا هر دو).

پینوکو به سرعت دفترچه یادداشتش را باز کرد و جمله کلاه نارنجی را در آن نوشت. مدتی به جمله خیره ماند. از آنجا که ناامید شده بود که بتواند از این جمله چیزی بفهمد، در دلش آرزو کرد ای کاش فرشته مهربان را بار دیگر ببیند. اما از فرشته مهربان هم خبری نبود. پینوکو با یادآوری اینکه دو معمای قبلی را هم به تنهایی توانسته حل کند، اعتماد به نفس گرفت. بنابراین دوباره تلاش کرد. او به تک تک کلمات کلاه نارنجی خوب فکر کرد. سپس نتیجه گرفت سه حالت ممکن است از این جمله مد نظر کلاه نارنجی بوده باشد: ۱. فقط کلاه نارنجی دروغ گو باشد. ۲. فقط کلاه آبی دروغ گو باشد. ۳. هم کلاه نارنجی و هم کلاه آبی دروغ گو باشند. سپس بار دیگر توصیه فرشته مهربان را به کار گرفت و حالت‌های متفاوت را در جدول ۱ نوشت: پینوکو با دقت به جدول نگاه کرد. او به خاطر آورد که اهالی این دهکده یا همیشه راست می‌گویند و یا همیشه دروغ و نه هر دو. بنابراین متوجه شد که هر کدام از کلاه نارنجی‌ها و کلاه آبی‌ها از چه نوعی هستند. پینوکو بسیار خوش حال بود از اینکه توانسته معمای سوم را نیز حل کند. او آبنباتش را خرید و به گشت و گذار در دهکده ادامه داد.



کلاه نارنجی	کلاه آبی	کلاه نارنجی یا کلاه آبی	جمله آقای کوتوله: ما هر دو دروغگو هستیم.
راستگو	راستگو	هر دو دروغگو نیستند.	دروغ
راستگو	دروغگو	حداقل یکی دروغگو است.	راست
دروغگو	راستگو	حداقل یکی دروغگو است.	راست
دروغگو	دروغگو	حداقل یکی دروغگو است.	راست

جدول ۱

p	V(p)	q	V(q)	$p \vee q$	$V(p \vee q)$
۲ عددی اول است.	۱	۲ عددی زوج است.	۱	۲ عددی زوج یا اول است.	?
۳ عددی اول است.	۱	۳ عددی زوج است.	۰	۳ عددی زوج یا اول است.	?
۲۹ عددی غیر اول است.	۰	۲۹ عددی فرد است.	۱	?	?
۹۱ عددی اول است.	۰	۹۱ مربع کامل است.	۰	?	?

جدول ۲

۲. جمله «علم بهتر است یا ثروت» یعنی یا «علم بهتر از ثروت است» یا «ثروت بهتر از علم است» یا هیچ کدام. به عبارت دیگر، « $p$  یا  $q$ » وقتی درست است که یا فقط  $p$  درست باشد یا فقط  $q$  درست باشد یا هیچ کدام درست نباشند. به این نوع رابط «یای مانع‌الجمع» گفته می‌شود، زیرا از درست بودن هم‌زمان دو جمله ممانعت می‌کند. اجازه دهید یای مانع‌الجمع را با نماد | نشان دهیم. در این صورت، جمله «علم بهتر است یا ثروت» به گزاره  $p|q$  در منطق ترجمه می‌شود. مثال‌های دیگر از یای مانع‌الجمع: «آرش یا مسلمان است یا مسیحی (یا هیچ کدام)»، و «ماهان یا در خانه است یا در مدرسه».

۳. جمله «علم بهتر است یا ثروت» یعنی حداقل یکی از جمله‌های «علم بهتر از ثروت است» یا «ثروت بهتر از علم است» درست است. به عبارت دیگر، « $p$  یا  $q$ » وقتی درست است که یا  $p$  درست باشد یا  $q$  و یا هر دو. به این نوع رابط «یای مانع‌الرفع» گفته می‌شود، زیرا ممانعت درستی هم‌زمان دو جمله را رفع می‌کند. در منطق یای مانع‌الرفع را با نماد  $\vee$  نشان دهیم. در واقع این نوع «یا» همان است که در این داستان پینوکیو با آن مواجه شدیم. در این صورت، جمله «علم بهتر است یا ثروت» به گزاره  $p \vee q$  در منطق ترجمه می‌شود. مثال‌های دیگر از یای مانع‌الرفع: «عامل سکتۀ قلبی یا چربی است یا ژنتیک (یا هر دو)»، و «ماهان یا معلم است یا شاعر».

حتماً تا اینجا دریافته‌اید که با استفاده از معناهای مختلف «یا» در این جمله، به سادگی می‌توان بحث‌های مختلفی را که در مورد جمله «علم بهتر است یا ثروت» میان ما درمی‌گیرد، بررسی کرد. به طور کلی، منطق به ما کمک می‌کند تا در گفت‌وگوهای روزمره، بتوانیم برداشت درست‌تری از منظور طرف مقابلمان پیدا کنیم و خودمان نیز دقیق‌تر آنچه را در نظر داریم، بیان کنیم تا کمتر دچار سوء تفاهم شویم.  $\hat{e}$  یا دقت در گفت‌وگوهای روزمره، مثال‌های دیگری برای این سه نوع ترکیب فعلی ارائه دهید.

$\hat{e}$  پیش از این سعی کردید جدولی رسم کنید و ارزش  $p \vee q$  را با استفاده از ارزش  $p$  و ارزش  $q$  تعیین کنید. حال با استفاده از توضیحاتی که در بالا داده شد، آیا می‌توانید دو جدول رسم کنید و ارزش  $p \vee q$  و همچنین ارزش  $p|q$  را با استفاده از ارزش‌های  $p$  و  $q$  تعیین کنید؟

همان‌طور که حدس زده‌اید، ارزش ترکیب فعلی دو گزاره، تنها زمانی است که هر دوی آن‌ها ارزش ۰ داشته باشند. همچنین می‌توان رابطه  $V(p)$  و  $V(q)$  با  $V(p \vee q)$  را به صورت ریاضی بیان کرد.

$V(p \vee q) = V(p) + V(q) - (V(p) \times V(q))$   
 $\hat{e}$  تلاش کنید عبارت ریاضی دیگری برای بیان ارتباط  $V(p)$  و  $V(q)$  با  $V(p \vee q)$  پیدا کنید.

اکنون آماده‌اید که به معمای سوم پینوکیو در دهکده عجایب برگردیم. فرض کنید  $p$ : کلاه‌نارنجی دروغ‌گو است و  $q$ : کلاه‌آبی دروغ‌گو است. در این صورت، جمله «حداقل یکی از کلاه‌نارنجی یا کلاه‌آبی دروغ‌گو است» با  $p \vee q$  نشان داده می‌شود. همان‌طور که در جدول بالا دیده‌اید، چهار حالت بالا برای ارزش گزاره  $p \vee q$  پیش می‌آید. پس تنها زمانی که هر دوی کلاه‌نارنجی و کلاه‌آبی راست‌گو باشند، جمله «حداقل یکی از ما دروغ‌گو است» دروغ است. اما در این صورت کلاه‌نارنجی که راست‌گو است جمله‌ای دروغ گفته است و این برخلاف اصل اولیه در این دهکده خواهد بود.

پس باید آن حالتی را از جدول پینوکیو برای معمای دوم انتخاب کنیم که نوع گزاره در ستون آخر (از نظر راست یا دروغ بودن) با نوع کلاه‌نارنجی (از نظر راست‌گو یا دروغ‌گو بودن) مطابقت داشته باشد؛ یعنی کلاه‌نارنجی راست‌گو و کلاه‌آبی دروغ‌گو است.

به نظر می‌رسد که ما در زندگی روزمره رابط «یا» را در معنی‌های مختلفی به کار می‌بریم. اجازه دهید با یک مثال معنی‌های مختلف «یا» را بررسی کنیم. بیشتر ما در مورد موضوع زیر یا انشا نوشته‌ایم یا حداقل درباره آن فکر کرده‌ایم:

### علم بهتر است یا ثروت.

فرض کنید  $p$  نشان‌دهنده جمله «علم بهتر از ثروت است» و  $q$  نشان‌دهنده جمله «ثروت بهتر از علم است» باشد. حال جمله «علم بهتر است یا ثروت» را می‌توان به صورت « $p$  یا  $q$ » نوشت. ولی با کمی دقت می‌فهمیم که این جمله را می‌توان به صورت‌های مختلف زیر معنی کرد:

۱. جمله «علم بهتر است یا ثروت» یعنی دقیقاً یکی از جمله‌های «علم بهتر از ثروت است» یا «ثروت بهتر از علم است» درست هستند و نه هر دو. به عبارت دیگر، « $p$  یا  $q$ » وقتی درست است که یا فقط  $p$  درست باشد یا فقط  $q$  درست باشد و نه هر دو. به این نوع رابط «یای حقیقی» گفته می‌شود. بیابید یای حقیقی را با نماد  $\wedge$  نشان دهیم. در این صورت، جمله «علم بهتر است یا ثروت» به گزاره  $p \wedge q$  در منطق ترجمه می‌شود. مثال‌های دیگر از یای حقیقی: «عدد طبیعی یا زوج است یا فرد (و نه هر دو)»، و «ماهان یا پسر است یا دختر».